Zadania na XV Podkarpacki Konkurs Matematyczny im. Franciszka Leji

Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap rejonowy

28 marca 2015 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Sprawdź, czy rozwiązaniem równania jest liczba wymierna:
$\left(\frac{x}{12+\sqrt{145}}-\frac{1}{6+\sqrt{37}}\right)+\left(\frac{x}{\sqrt{145}+\sqrt{146}}-\frac{1}{\sqrt{37}+\sqrt{38}}\right)+\cdots+\left(\frac{x}{\sqrt{168}+13}-\frac{1}{\sqrt{60}+\sqrt{61}}\right)=6.$

2. W trapezie opisanym na okręgu długości boków nierównoległych wynoszą 3 cm i 5 cm. Odcinek łączący środki ramion trapezu dzieli ten trapez na czworokąty, których stosunek pól wynosi 5:11. Oblicz długości podstaw tego trapezu.

3. W trójkącie ABC dane są: kąt przy wierzchołku $|\angle C|=60°$, kąt przy wierzchołku $|\angle B|=45°$ oraz bok BC długości a. Z wierzchołka C poprowadzono wysokość CD, a punkt D połączono odcinkiem ze środkiem E boku BC. Oblicz miarę kąta $\angle EDC$ oraz wysokość trójkąta DBE, opuszczoną na bok DB.

4. Sprawdź (bez obliczania potęg), czy liczba: $\frac{512^2+32\cdot10^5+25^5}{64^2+4\cdot6^5+9^5}$ jest kwadratem liczby naturalnej.

5. Wyznacz wszystkie dzielniki liczby naturalnej, o której wiadomo, że: dzieląc tę liczbę naturalną przez 17 otrzymujemy iloraz m i resztę 16; dzieląc tę samą liczbę przez 18 otrzymujemy iloraz równy poprzedniej reszcie oraz resztę równą poprzedniemu ilorazowi m.

Powodzenia!